

CALCUL LITTÉRAL : CORRIGÉS

Exercice 1 DÉVELOPPER

$$\begin{aligned} A(x) &= (4x-1)^2 + (3x-2)(x+4) \\ &= (16x^2 - 8x + 1) + (3x^2 + 12x - 2x - 8) \\ &= 16x^2 - 8x + 1 + 3x^2 + 10x - 8 \end{aligned}$$

$$A(x) = 19x^2 + 2x - 7$$

$$\begin{aligned} B(x) &= (3x+2)^2 - (5x+1)(-3x+2) \\ &= (9x^2 + 12x + 4) - (-15x^2 + 10x - 3x + 2) \\ &= 9x^2 + 12x + 4 - (-15x^2 + 7x + 2) \\ &= 9x^2 + 12x + 4 + 15x^2 - 7x - 2 \end{aligned}$$

$$B(x) = 24x^2 + 5x + 2$$

$$\begin{aligned} C(x) &= (3x-4)^2 - 2(-x+3)(2-x) - (2x+4)(2x-4) \\ &= (9x^2 - 24x + 16) - 2(-2x + x^2 + 6 - 3x) - (4x^2 - 16) \\ &= 9x^2 - 24x + 16 - 2(x^2 - 5x + 6) - 4x^2 + 16 \\ &= 9x^2 - 24x + 16 - 2x^2 + 10x - 12 - 4x^2 + 16 \end{aligned}$$

$$C(x) = 3x^2 - 14x + 20$$

$$\begin{aligned} D(x) &= (1+2x)(1-2x) + (x-1)^2 \\ &= 1 - 4x^2 + x^2 - 2x + 1 \end{aligned}$$

$$D(x) = -3x^2 - 2x + 2$$

$$\begin{aligned} E(x) &= -2(3x^3 + 2)^2 \\ &= -2[(3x^3)^2 + 2 \times (3x^3) \times 2 + 2^2] \\ &= -2(9x^6 + 12x^3 + 4) \end{aligned}$$

$$E(x) = -18x^6 - 24x^3 - 8$$

$$\begin{aligned} F(x) &= (4-x^2)(4+x^2) - 2(x^3+1)^2 \\ &= 16 - (x^2)^2 - 2[(x^3)^2 + 2x^3 + 1] \\ &= 16 - x^4 - 2(x^6 + 2x^3 + 1) \\ &= 16 - x^4 - 2x^6 - 4x^3 - 2 \end{aligned}$$

$$F(x) = -2x^6 - x^4 - 4x^3 + 14$$

Exercice 2 DÉVELOPPER

$$\begin{aligned} A(x) &= (x+1)(x^2+x+1) \\ &= x^3 + x^2 + x + x^2 + x + 1 \end{aligned}$$

$$A(x) = x^3 + 2x^2 + 2x + 1$$

$$\begin{aligned} B(x) &= (x^2-x+2)(3x-1) \\ &= 3x^3 - x^2 - 3x^2 + x + 6x - 2 \end{aligned}$$

$$B(x) = 3x^3 - 4x^2 + 7x - 2$$

$$\begin{aligned} C(x) &= (3x^2-x+1)(x^2-x+1) \\ &= 3x^4 - 3x^3 + 3x^2 - x^3 + x^2 - x + x^2 - x + 1 \end{aligned}$$

$$C(x) = 3x^4 - 4x^3 + 5x^2 - 2x + 1$$

Exercice 3 FACTORISER

$$\begin{aligned} a(x) &= -(x+1)(x-1) + 3x(x-1) \\ &= (x-1)[-(x+1) + 3x] \\ &= (x-1)(-x-1+3x) \end{aligned}$$

$$\boxed{a(x) = (x-1)(2x-1)}$$

$$\begin{aligned} b(x) &= (2x-3)^2 - (2x-3)(x+1) \\ &= (2x-3)(2x-3) - (2x-3)(x+1) \\ &= (2x-3)[(2x-3) - (x+1)] \\ &= (2x-3)[2x-3-x-1] \end{aligned}$$

$$\boxed{b(x) = (2x-3)(x-4)}$$

$$\begin{aligned} c(x) &= (x-3)(x+4) - (x-3)(2x-1) \\ &= (x-3)[(x+4) - (2x-1)] \\ &= (x-3)[x+4-2x+1] \end{aligned}$$

$$\boxed{c(x) = (x-3)(-x+5)}$$

$$\begin{aligned} d(x) &= (x+2)^2 + x+2 \\ &= (x+2)(x+2) + (x+2) \times 1 \\ &= (x+2)[(x+2) + 1] \end{aligned}$$

$$\boxed{d(x) = (x+2)(x+3)}$$

Exercice 4 FACTORISER

$$\begin{aligned} a(x) &= x^2 - 4x + 4 \\ &= x^2 - 2 \times 2 \times x + 4 \\ a(x) &= (x-2)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c(x) &= 25x^2 - 4 \\ &= (5x)^2 - 2^2 \\ c(x) &= (5x-2)(5x+2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} e(x) &= (2x-1)^2 - 9x^2 \\ &= (2x-1)^2 - (3x)^2 \\ &= [(2x-1) - (3x)][(2x-1) + (3x)] \\ e(x) &= (-x-1)(5x-1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b(x) &= 6x + 9 + x^2 \\ &= x^2 + 2 \times 3 \times x + 3^2 \\ b(x) &= (x+3)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d(x) &= 9 - 4x^2 \\ &= 3^2 - (2x)^2 \\ d(x) &= (3-2x)(3+2x) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= (x+2)^2 - (3-2x)^2 \\ &= [(x+2) - (3-2x)][(x+2) + (3-2x)] \\ &= [x+2-3+2x][x+2+3-2x] \\ f(x) &= (3x-1)(-x+5) \end{aligned}$$

Exercice 5

Écrire les expressions suivantes sous la forme $a \cdot x^n$, où a désigne un réel.

a) $(x^2)^4$ **b)** $x^3 \cdot x^4 \cdot x$ **c)** $x^2 \cdot (x^5)^3$ **d)** $x(x^2)^3(x^4)^2$ **e)** $(4x)^2(5x)^2$ **f)** $(2x)^3(3x)^2$ **g)** $\frac{x^5}{x^2}$

Exercice 6

Développer les expressions algébriques suivantes :

a) $a(x) = (x-3)^2 - (4x-3)(x+2)$ **b)** $b(x) = (x+2)(-3x-1) - (2-3x)^2$ **c)** $c(x) = (2x^2 - 3x + 1)(3-x)$
d) $d(x) = (3-2x^2)(3+2x^2) - (4-3x^2)^2$ **e)** $e(x) = (2x-5)(2x+5) - 3(x+1)(4-x)$

Exercice 7

Factoriser les expressions algébriques suivantes :

a) $a(x) = (3x-1)(x-2) - (x-2)(2x+5)$ **b)** $b(x) = (2x+3)^2 - (4x+2)(2x+3)$ **c)** $c(x) = 16 - x^2$
d) $d(x) = 4x^2 - (3x+2)^2$ **e)** $e(x) = 9x^2 - (-x+1)^2$ **f)** $f(x) = 3x-1 - (x-2)(3x-1)$

Exercice 8

Factoriser les expressions algébriques suivantes :

a) $a(x) = (2x-1)(x-3) + (1-2x)(x+4)$ **b)** $b(x) = (3x-1)^2 + (x-2)(-3x+1)$ **c)** $c(x) = (x-5)(x+2) + x^2 - 10x + 25$

Exercice 5

b) $x^3 \cdot x^4 \cdot x = x^{3+4+1} = x^8$

c) $x^2 \cdot (x^5)^3 = x^2 \cdot x^{15} = x^{17}$

d) $x(x^2)^3(x^4)^2 = x^{15}$

e) $(4x)^2(5x)^2 = 4^2x^2 \cdot 5^2x^2 = 16x^2 \cdot 25x^2 = 400x^4$

f) $(2x)^3(3x)^2 = 2^3x^3 \cdot 3^2x^2 = 8x^3 \cdot 9x^2 = 72x^5$

g) $\frac{x^5}{x^2} = x^{5-2} = x^3$

Exercice 6 DÉVELOPPER

$$\begin{aligned} a(x) &= (x-3)^2 - (4x-3)(x+2) \\ &= x^2 - 6x + 9 - (4x^2 + 8x - 3x - 6) \\ &= x^2 - 6x + 9 - (4x^2 + 5x - 6) \\ &= x^2 - 6x + 9 - 4x^2 - 5x + 6 \end{aligned}$$

$$a(x) = -3x^2 - 11x + 15$$

$$\begin{aligned} d(x) &= (3-2x^2)(3+2x^2) - (4-3x^2)^2 \\ &= 3^2 - (2x^2)^2 - [4^2 - 2 \times 4 \times 3x + (3x^2)^2] \\ &= 9 - 4x^4 - (16 - 24x + 9x^4) \\ &= 9 - 4x^4 - 16 + 24x - 9x^4 \end{aligned}$$

$$d(x) = -13x^4 + 24x - 5$$

$$\begin{aligned} b(x) &= (x+2)(-3x-1) - (2-3x)^2 \\ &= -3x^2 - x - 6x - 2 - (4 - 12x + 9x^2) \\ &= -3x^2 - 7x - 2 - 4 + 12x - 9x^2 \end{aligned}$$

$$b(x) = -12x^2 + 5x - 6$$

$$\begin{aligned} e(x) &= (2x-5)(2x+5) - 3(x+1)(4-x) \\ &= 4x^2 - 25 - 3(4x - x^2 + 4 - x) \\ &= 4x^2 - 25 - 3(-x^2 + 3x + 4) \\ &= 4x^2 - 25 + 3x^2 - 9x - 12 \end{aligned}$$

$$e(x) = 7x^2 - 9x - 37$$

$$\begin{aligned} c(x) &= (2x^2 - 3x + 1)(3 - x) \\ &= 6x^2 - 2x^3 - 9x + 3x^2 + 3 - x \end{aligned}$$

$$c(x) = -2x^3 + 9x^2 - 10x + 3$$

Exercice 7 FACTORISER

$$\begin{aligned} a(x) &= (3x-1)(x-2) - (x-2)(2x+5) \\ &= (x-2)[(3x-1) - (2x+5)] \\ &= (x-2)(3x-1-2x-5) \end{aligned}$$

$$a(x) = (x-2)(x-6)$$

$$\begin{aligned} c(x) &= 16 - x^2 \\ &= 4^2 - x^2 \end{aligned}$$

$$c(x) = (4-x)(4+x)$$

$$\begin{aligned} e(x) &= 9x^2 - (-x+1)^2 \\ &= (3x)^2 - (-x+1)^2 \\ &= [(3x) - (-x+1)][(3x) + (-x+1)] \\ &= (3x+x-1)(3x-x+1) \end{aligned}$$

$$e(x) = (4x-1)(2x+1)$$

$$\begin{aligned} b(x) &= (2x+3)^2 - (4x+2)(2x+3) \\ &= (2x+3)(2x+3) - (4x+2)(2x+3) \\ &= (2x+3)[(2x+3) - (4x+2)] \\ &= (2x+3)(2x+3-4x-2) \end{aligned}$$

$$b(x) = (2x+3)(-2x+1)$$

$$\begin{aligned} d(x) &= 4x^2 - (3x+2)^2 \\ &= (2x)^2 - (3x+2)^2 \\ &= [(2x) - (3x+2)][(2x) + (3x+2)] \\ &= (2x-3x-2)(2x+3x+2) \end{aligned}$$

$$d(x) = (-x-2)(5x+2)$$

$$\begin{aligned} f(x) &= 3x-1 - (x-2)(3x-1) \\ &= 1 \cdot (3x-1) - (x-2)(3x-1) \\ &= (3x-1)[1 - (x-2)] \\ &= (3x-1)(1-x+2) \end{aligned}$$

$$f(x) = (3x-1)(-x+3)$$

Exercice 8 FACTORISER

Cet exercice est plus difficile car il faut d'abord faire apparaître le facteur commun qui n'est pas évident. Pour les deux premières, on peut procéder de différentes façons.

$$\begin{aligned} a(x) &= (2x-1)(x-3) + (1-2x)(x+4) \\ &= (2x-1)(x-3) - (-1+2x)(x+4) \\ &= (2x-1)[(x-3) - (x+4)] \\ &= (2x-1)(x-3-x-4) \end{aligned}$$

$$a(x) = -7(2x-1)$$

$$\begin{aligned} b(x) &= (3x-1)^2 + (x-2)(-3x+1) \\ &= (3x-1)^2 - (x-2)(3x-1) \\ &= (3x-1)[(3x-1) - (x-2)] \\ &= (3x-1)(3x-1-x+2) \end{aligned}$$

$$b(x) = (3x-1)(2x+1)$$

$$\begin{aligned} c(x) &= (x-5)(x+2) + x^2 - 10x + 25 \\ &= (x-5)(x+2) + (x-5)^2 \\ &= (x-5)[(x+2) + (x-5)] \end{aligned}$$

$$c(x) = (x-5)(2x-3)$$

APPROFONDISSEMENT

Dans l'exercice 8, on est amené à « **faire apparaître** » le facteur commun (ce qui ne signifie pas que l'on peut faire cela n'importe comment). On utilise souvent pour cela les résultats suivants :

$$A(x) = (ax + b)(cx + d)$$

$$B(x) = (ax + b)^2$$

$$A(x) = -(-ax - b)(cx + d)$$

$$B(x) = (-ax - b)^2$$

$$A(x) = (-ax - b)(-cx - d)$$

qu'on peut énoncer de la façon suivante :

- dans un produit de deux expressions algébriques entre parenthèses, on peut
 - changer tous les signes à l'intérieur des deux parenthèses ;
 - changer le signe devant le produit des deux parenthèses et changer tous les signes dans l'une des deux parenthèses seulement ;
- dans une expression algébrique entre parenthèses au carré, on peut changer tous les signes à l'intérieur des parenthèses.

Dans le corrigé précédent, pour $(1 - 2x)(x + 4)$ (dans $a(x)$) et pour $(x - 2)(-3x + 1)$ (dans $b(x)$), on a changé tous les signes dans l'une des deux parenthèses **et** changé le signe devant le produit des deux. On a aussi par exemple :

$$d(x) = (1 - 2x)(x + 4)$$

$$e(x) = (x - 2)(-3x + 1)$$

$$f(x) = (3x - 1)^2$$

$$d(x) = -(-1 + 2x)(x + 4)$$

$$e(x) = -(-x + 2)(-3x + 1)$$

$$f(x) = (-3x + 1)^2$$

$$d(x) = -(1 - 2x)(-x - 4)$$

$$e(x) = -(x - 2)(3x - 1)$$

$$d(x) = (-1 + 2x)(-x - 4)$$

$$e(x) = (-x + 2)(3x - 1)$$

On peut alors proposer d'autres corrigés pour $a(x)$ et $b(x)$ dans l'exercice 8. Par exemple :

$$\begin{aligned} a(x) &= (2x - 1)(x - 3) + (1 - 2x)(x + 4) \\ &= (2x - 1)(x - 3) + (-1 + 2x)(-x - 4) \\ &= (2x - 1)[(x - 3) + (-x - 4)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b(x) &= (3x - 1)^2 + (x - 2)(-3x + 1) \\ &= (3x - 1)^2 + (-x + 2)(3x - 1) \\ &= (3x - 1)[(3x - 1) + (-x + 2)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b(x) &= (3x - 1)^2 + (x - 2)(-3x + 1) \\ &= (-3x + 1)^2 + (x - 2)(3x - 1) \\ &= (-3x + 1)[(-3x + 1) + (x - 2)] \end{aligned}$$

$$a(x) = -7(2x - 1)$$

$$b(x) = (3x - 1)(2x + 1)$$

$$b(x) = (-3x + 1)(-2x - 1)$$

Remarque : les deux derniers résultats sont bien cohérents puisque $(3x - 1)(2x + 1) = (-3x + 1)(-2x - 1)$ (tous les signes sont opposés dans les deux parenthèses).

Exercice 9

Reconnaître les expressions similaires. Indiquer les réponses sous la forme « 1 : a, b » par exemple.

1. $(x - 1)(3 - 2x)$

a) $(x + 1)(3 + 2x)$

b) $(-x + 1)(-3 + 2x)$

c) $-(x - 1)(2x - 3)$

2. $(2x - 1)(3 - x)$

a) $(-2x + 1)(x - 3)$

b) $-(1 - 2x)(3 - x)$

c) $-(2x - 1)(3 + x)$

3. $-(x + 1)(x - 5)$

a) $(5 - x)(x + 1)$

b) $-(-x - 1)(-x + 5)$

c) $(-x - 1)(-5 + x)$

4. $1 - (x - 1)^2$

a) $1 + (-x + 1)^2$

b) $1 - (-1 + x)^2$

c) $1 - (1 - x)^2$

5. $-(4x - 1)(2x - 1)$

a) $(-4x + 1)(2x - 1)$

b) $-(-1 + 2x)(-1 + 4x)$

c) $-(1 - 4x)(1 - 2x)$

6. $(3x - 1)(-2x + 1)$

a) $-(3x - 1)(2x + 1)$

b) $(-3x + 1)(2x + 1)$

c) $-(3x + 1)(2x + 1)$

7. $(-x - 1)(x + 2)$

a) $(x + 1)(-x - 2)$

b) $(2 - x)(x + 1)$

c) $-(x + 2)(x + 1)$

8. $-(2x - 3)^2(x + 2)$

a) $-(3 - 2x)^2(x + 2)$

b) $(2x - 3)^2(-x - 2)$

c) $(-2x + 3)^2(x + 2)$

9. $-x + 1 - (x - 1)^2$

a) $x - 1 + (-x + 1)^2$

b) $-(x - 1) - (1 - x)^2$

c) $1 - x + (-x + 1)^2$

On est souvent amené à factoriser dans un produit de facteurs ou à l'intérieur d'une parenthèse au carré.

Par exemples : $(4x - 6)(x - 5) = 2(2x - 3)(x - 5)$ et $(4x - 6)^2 = 4(2x - 3)^2$.

Dans le dernier cas, on prendra garde à ne pas écrire $(4x - 6)^2 = 2(2x - 3)^2$. En effet, $(ax + ab)^2 = [a(x + b)]^2 = a^2(x + b)^2$.

On a de même :

$$(5x - 10)^2 = 25(x - 2)^2$$

$$(3 - 6x)^2 = 9(1 - 2x)^2$$

$$(-2x - 8)^2 = 4(x + 4)^2$$

Exercice 10

Reconnaître les expressions similaires.

- | | | |
|----------------|------------------|-------------------------------|
| 1. $(3x-3)^2$ | 2. $2(2x+4)^2$ | 3. $(3x-6)^2 - (4x+8)(-x+1)$ |
| a) $3(x-1)^2$ | a) $-2(-2x-4)^2$ | a) $9(x-2)^2 + 4(2+x)(x-1)$ |
| b) $(3-3x)^2$ | b) $4(x+2)^2$ | b) $(-3x+6)^2 - 4(-2-x)(x-1)$ |
| c) $9(-x+1)^2$ | c) $8(x+2)^2$ | c) $-4(1-x)(2+x) + 9(2-x)^2$ |

Exercice 11

Factoriser les expressions algébriques suivantes en un produit de facteurs du premier degré.

- | | | |
|--------------------------------------|--------------------------------------|-----------------------------------|
| a) $a(x) = (x-3)(2-x) + (4+2x)(x-2)$ | b) $b(x) = (2x-1)^2 + (3x-1)(-2x+1)$ | c) $c(x) = (4-x)(8+2x) - (x-4)^2$ |
| d) $d(x) = (3x+1)^2 - (9x+3)(x-4)$ | e) $e(x) = (5-x)(-x-2) + (4x+8)^2$ | f) $f(x) = 2x+1 - (-4x-2)(3x-4)$ |

Exercice 12

Factoriser les expressions algébriques suivantes en produit de facteurs du premier degré.

- | | |
|---|--|
| $A(x) = 3(2-x)(3x+1) + x^2 - 4$ | $B(x) = -9 + 4(2x-1)^2$ |
| $C(x) = -(5x-2)^2 + 4 - 10x - (x-3)(2-5x)$ | $D(x) = (3x-6)^2 - (4-2x)(3x+1) - 2 + x$ |
| $E(x) = 9x^2 - 1 + (2-6x)(x+1) - 1 + 6x - 9x^2$ | $F(x) = (3x+5)(3x-5) - 3x + 5$ |

Exercice 13

Factoriser les expressions algébriques suivantes en produit de facteurs du premier degré.

- | | |
|--------------------------------------|---------------------------------------|
| $A(x) = (3x+1)(x-2) + x-2 - (2-x)^2$ | $B(x) = (x+1)(x-4) - x^2 + 1$ |
| $C(x) = 3(2x-3)^2 - x(6-4x)$ | $D(x) = -(3x-1)^2 + 1 - 3x - 2(3x-1)$ |
| $E(x) = 4x^2 - 1 + 8x - 4$ | $F(x) = 2x^2 + 4x + 2 + (x+1)$ |
| $G(x) = (4x-4)^2 - (x^2-1)^2$ | $H(x) = (9x^2-1)^2 - (6x-2)^2$ |
| $I(x) = (x-4)^4 - (x^2-8x+16)$ | $J(x) = x^2 + 2x + 1 - (x+1)^4$ |

Corrigé de l'exercice 12

$$A(x) = 3(2-x)(3x+1) + (x-2)(x+2)$$

$$A(x) = 3(2-x)(3x+1) - (2-x)(x+2)$$

$$A(x) = (2-x)[3(3x+1) - (x+2)]$$

$$A(x) = (2-x)(9x+3-x-2)$$

$$A(x) = (2-x)(8x+1)$$

$$A(x) = (x-2)(-8x-1)$$

$$B(x) = 4(2x-1)^2 - 9$$

$$B(x) = [2(2x-1) - 3][2(2x-1) + 3]$$

$$B(x) = (4x-2-3)(4x-2+3)$$

$$B(x) = (4x-5)(4x+1)$$

$$C(x) = -(-5x+2)^2 + 2(2-5x) - (x-3)(2-5x)$$

$$C(x) = (-5x+2)[-(-5x+2) + 2 - (x-3)]$$

$$C(x) = (-5x+2)(5x-2+2-x+3)$$

$$C(x) = (-5x+2)(4x+3)$$

$$C(x) = (5x-2)(-4x-3)$$

$$D(x) = 9(x-2)^2 - 2(2-x)(3x+1) - (2-x)$$

$$D(x) = 9(2-x)^2 - 2(2-x)(3x+1) - (2-x)$$

$$D(x) = (2-x)[9(2-x) - 2(3x+1) - 1]$$

$$D(x) = (2-x)(18-9x-6x-2-1)$$

$$D(x) = (2-x)(15-15x)$$

$$D(x) = 15(2-x)(1-x)$$

$$E(x) = (3x-1)(3x+1) + 2(1-3x)(x+1) - (1-6x+9x^2)$$

$$E(x) = (1-3x)(-3x-1) + 2(1-3x)(x+1) - (1-3x)^2$$

$$E(x) = (1-3x)[(-3x-1) + 2(x+1) - (1-3x)]$$

$$E(x) = (1-3x)(-3x-1+2x+2-1+3x)$$

$$E(x) = 2x(1-3x)$$

$$F(x) = (3x+5)(3x-5) - (3x-5)$$

$$F(x) = (3x-5)[3x+5-1]$$

$$F(x) = (3x-5)(3x+4)$$

Corrigé de l'exercice 13

$$A(x) = (3x + 1)(x - 2) + x - 2 - (2 - x)^2$$

$$A(x) = (3x + 1)(x - 2) + x - 2 - (-2 + x)^2$$

(on change tous les signes dans la parenthèse au carré)

$$A(x) = (3x + 1)(x - 2) + x - 2 - (x - 2)^2$$

(on permute l'ordre de l'addition)

$$A(x) = (x - 2)[(3x + 1) + 1 - (x - 2)]$$

$$A(x) = (x - 2)(2x + 4)$$

$$A(x) = 2(x - 2)(x + 2)$$

$$B(x) = (x + 1)(x - 4) - x^2 + 1$$

$$B(x) = (x + 1)(x - 4) - (x^2 - 1)$$

$$B(x) = (x + 1)(x - 4) - (x - 1)(x + 1)$$

$$B(x) = (x + 1)[(x - 4) - (x - 1)]$$

$$B(x) = -3(x + 1)$$

$$C(x) = 3(2x - 3)^2 - x(6 - 4x)$$

$$C(x) = 3(2x - 3)^2 - 2x(3 - 2x)$$

$$C(x) = 3(3 - 2x)^2 - 2x(3 - 2x)$$

(on change les signes et on permute l'ordre dans la parenthèse au carré)

$$C(x) = (3 - 2x)[3(3 - 2x) - 2x]$$

$$C(x) = (3 - 2x)(9 - 8x)$$

On peut aussi faire :

$$C(x) = 3(2x - 3)^2 - 2x(3 - 2x)$$

$$C(x) = 3(2x - 3)^2 + 2x(2x - 3)$$

(on change les signes dans une parenthèse (et on permute l'ordre de l'opération) et on change le signe devant le produit)

$$C(x) = (2x - 3)[3(2x - 3) + 2x]$$

$$C(x) = (2x - 3)(8x - 9)$$

$$D(x) = -(3x - 1)^2 + 1 - 3x - 2(3x - 1)$$

$$D(x) = -(3x - 1)^2 - 3x + 1 - 2(3x - 1)$$

(on permute juste les termes)

$$D(x) = -(3x - 1)^2 - (3x - 1) - 2(3x - 1)$$

$$D(x) = (3x - 1)[-(3x - 1) - 1 - 2]$$

$$D(x) = (3x - 1)(-3x - 2)$$

On peut aussi faire :

$$D(x) = -(1 - 3x)^2 + 1 - 3x + 2(1 - 3x)$$

(on change les signes et on permute dans la parenthèse au carré ; on change les signes et on permute dans la dernière parenthèse et on change le signe devant)

$$D(x) = (1 - 3x)[-(1 - 3x) + 1 + 2]$$

$$D(x) = (1 - 3x)(3x + 2)$$

$$E(x) = 4x^2 - 1 + 8x - 4$$

$$E(x) = (2x - 1)(2x + 1) + 4(2x - 1)$$

$$E(x) = (2x - 1)[(2x + 1) + 4]$$

$$E(x) = (2x - 1)(2x + 5)$$

$$F(x) = 2x^2 + 4x + 2 + (x + 1)$$

$$F(x) = 2(x^2 + 2x + 1) + (x + 1)$$

$$F(x) = 2(x + 1)^2 + (x + 1)$$

$$F(x) = (x + 1)[2(x + 1) + 1]$$

$$F(x) = (x + 1)(2x + 3)$$

$$G(x) = (4x - 4)^2 - (x^2 - 1)^2$$

Pour $G(x)$, on peut démarrer en utilisant la factorisation de $A^2 - B^2$, ce qui donne :

$$G(x) = [(4x - 4) - (x^2 - 1)][(4x - 4) + (x^2 - 1)]$$

(on a utilisé $A^2 - B^2 = [A - B][A + B]$)

$$G(x) = (-x^2 + 4x - 3)(x^2 + 4x - 5)$$

Le problème, c'est qu'ici on obtient des facteurs du second degré que l'on ne sait pas factoriser plus (ce ne sont pas des identités remarquables). En fait, on peut obtenir une meilleure factorisation en démarrant ainsi :

$$G(x) = [4(x - 1)]^2 - [(x - 1)(x + 1)]^2$$

$$G(x) = 16(x - 1)^2 - (x - 1)^2(x + 1)^2$$

$$G(x) = (x - 1)^2[16 - (x + 1)^2]$$

Ici, on reconnaît aussi une factorisation du type $A^2 - B^2$ d'où :

$$G(x) = (x - 1)^2[4 - (x + 1)][4 + (x + 1)]$$

$$G(x) = (x + 1)^2(3 - x)(5 + x)$$

$$H(x) = (9x^2 - 1)^2 - (6x - 2)^2$$

C'est le même problème que pour $G(x)$, on peut commencer ainsi :

$$H(x) = [(9x^2 - 1) - (6x - 2)][(9x^2 - 1) + (6x - 2)]$$

(on a utilisé $A^2 - B^2 = [A - B][A + B]$)

$$H(x) = (9x^2 - 6x + 1)(9x^2 + 6x - 3)$$

$$H(x) = (3x - 1)^2(9x^2 + 6x - 3)$$

mais, comme pour $G(x)$, on obtient un facteur du second degré qu'on ne sait pas factoriser car ce dernier n'est pas une identité remarquable. Reprenons :

$$H(x) = [(3x - 1)(3x + 1)]^2 - [2(3x - 1)]^2$$

$$H(x) = (3x - 1)^2(3x + 1)^2 - 4(3x - 1)^2$$

$$H(x) = (3x - 1)^2[(3x + 1)^2 - 4]$$

(on a mis $(3x - 1)^2$ en facteur)

$$H(x) = (3x - 1)^2[(3x + 1) - 2][(3x + 1) + 2]$$

(on a utilisé $A^2 - B^2 = [A - B][A + B]$)

$$H(x) = (3x - 1)^2(3x - 1)(3x + 3)$$

$$H(x) = 3(3x - 1)^2(3x - 1)(x + 1)$$

$$I(x) = (x - 4)^4 - (x^2 - 8x + 16)$$

$$I(x) = (x - 4)^4 - (x - 4)^2$$

$$I(x) = (x - 4)^2(x - 4)^2 - (x - 4)^2$$

$$I(x) = (x - 4)^2[(x - 4)^2 - 1]$$

(on a mis $(x - 4)^2$ en facteur)

$$I(x) = (x - 4)^2[(x - 4) - 1][(x - 4) + 1]$$

(on a utilisé $A^2 - B^2 = [A - B][A + B]$)

$$I(x) = (x - 4)^2(x - 5)(x - 3)$$

$$J(x) = x^2 + 2x + 1 - (x + 1)^4$$

$$J(x) = (x + 1)^2 - (x + 1)^4$$

$J(x) = (x + 1)^2 - (x + 1)^2(x + 1)^2$ (même idée que pour $I(x)$)

$$J(x) = (x + 1)^2[1 - (x + 1)^2]$$

$$J(x) = (x + 1)^2[1 - (x + 1)][1 + (x + 1)]$$

$$J(x) = (x + 1)^2(-x)(x + 2)$$

$$J(x) = -(x + 1)^2x(x + 2)$$